

1903000202030122
EXAMINATION FEBRUARY-MARCH 2024
BACHELOR OF SCIENCE (SECOND SEMESTER)
STATISTICS PAPER – IV
(UNIVARIATE AND BIVARIATE PROBABILITY AND
MOMENTS)

[Time: As Per Schedule]

[Max. Marks: 50]

Instructions:

1. Fill up strictly the following details on your answer book

- a. Name of the Examination : **BACHELOR OF SCIENCE (SECOND SEMESTER)**
- b. Name of the Subject : **STATISTICS PAPER – IV (UNIVARIATE AND BIVARIATE PROBABILITY AND MOMENTS)**
- c. Subject Code No : **1903000202030122**

2. Sketch neat and labelled diagram wherever necessary.
3. Figures to the right indicate full marks of the question.
4. All questions are compulsory.
5. Statistical and logarithmic tables will be supplied on request.
6. Use of non-programmable scientific calculator is allowed.

Seat No:

--	--	--	--	--	--

Student's Signature

Q.1 નીચેના પ્રશ્નોના જવાબ આપો.

8

Answer the following questions.

a) યદચ્છ યલ X નું સંભાવના ઘટત્વ વિધેય

$$f(x) = \frac{x}{25} \quad 0 \leq x \leq 5$$

$$= \frac{10 - x}{25} \quad 5 \leq x \leq 10$$

$$= 0 \quad \text{અન્યત્ર}$$

હોય તો $p[2 < x < 7]$ મેળવો.

The p.d.f. of a random variable x is

$$f(x) = \frac{x}{25} \quad 0 \leq x \leq 5$$

$$= \frac{10 - x}{25} \quad 5 \leq x \leq 10$$

$$= 0 \quad \text{elsewhere}$$

Find $p[2 < x < 7]$.

b) યદચ્છ યલ X માટે $v(x)=25$ હોય તો $cov(\frac{x}{5}, \frac{5-x}{5})$ શોધો.

If x can be a random variable whose $v(x) = 25$ then find $cov(\frac{x}{5}, \frac{5-x}{5})$.

c) બિંદુ 3 આસપાસ પ્રથમ બે પ્રધાતો 2 અને 20 હોય તો પ્રથમ અને દ્વિતીય અકેન્દ્રિય પ્રધાતો મેળવો.

If two moments about point 3 are 2 and 20 respectively the find first and second raw moment.

d) યદચ્છ યલ X અને Y નું સંયુક્ત સંભાવના ઘટત્વ વિધેય

$$f(x, y) = 6x^2y; 0 < x < 1, 0 < y < 1$$

હોય તો $p[0 < x < 1/2, 1/2 < y < 1]$ મેળવો.

If the joint p.d.f. of random variables x and y is

$$f(x, y) = 6x^2y; 0 < x < 1, 0 < y < 1$$

then find $p[0 < x < 1/2, 1/2 < y < 1]$

Q.2 A. કોઈપણ એક પ્રશ્નનો જવાબ આપો.

5

Attempt any one.

1. પ્રયલિત સંકેતમાં સાબિત કરોકે જો X અને Y યલો માટે

$$E((aX - bY + c)) = aE(X) - bE(Y) + c \quad \text{જ્યાં } a, b \text{ અને } c \text{ અચળાંકો છે.}$$

In usual notations prove that $E((aX - bY + c)) = aE(X) - bE(Y) + c$

where a, b and c are constant.

2. પ્રયલિત સંકેતમાં સાબિત કરો કે

$$V(aX - bY) = a^2V(X) + b^2V(Y) - 2cov(x, y) \quad \text{જ્યાં } a \text{ અને } b$$

અચળાંકો છે.

In usual notations for two variables x and y prove that

$$V(aX - bY) = a^2V(X) + b^2V(Y) - 2cov(x, y) \quad \text{where } a \text{ and } b \text{ are}$$

constants.

B. કોઈપણ બે પ્રશ્નોના જવાબ આપો.

10

Attempt any two.

1. નીચે આપેલ કોષ્ટકમાં ચલ X નું સંભાવના વિધેય આપેલ છે

X	-2	-1	0	1	2	3
F(x)	0.1	K	0.2	2k	0.3	3k

તે પરથી i) અચળાંક k.

ii) $p(x \geq 1)$

iii) $p(-2 < x < 3)$

iv) $p(x \leq c) = 0.4$ હોય તો c ની ન્યુનતમ કિંમત મેળવો.

The probability function of a random variable X is given in the following table.

X	-2	-1	0	1	2	3
F(x)	0.1	K	0.2	2k	0.3	3k

Then find

i) constant k.

ii) $p(x \geq 1)$

iii) $p(-2 < x < 3)$

iv) find the minimum value of C such that $p(x \leq c) = 0.4$

2. બિંદુ 5 ની આસપાસ પ્રથમ ત્રણ પ્રધાતો અનુક્રમે 2, 20, 40 હોય તો β_1 અને β_2 , મેળવો.The first three moments about point 5 are 2, 20 and 40 then find β_1 and β_2 of its...

3. ચદૃષ્ટ ચલ x નું સંભાવના ઘટત્વ વિધેય

$$f(x) = \frac{1}{2}(x+1), \quad -1 < x < 1$$

$$= 0, \text{ અન્યત્ર.}$$

હોય તો પ્રથમ ત્રણ કેન્દ્રિય પ્રધાતો મેળવો.

The p.d.f. of a random variable x is

$$f(x) = \frac{1}{2}(x+1), \quad -1 < x < 1$$

$$= 0, \text{ otherwise}$$

Find first three central moments.

Attempt any one.

1. બિંદુ a સાપેક્ષ પ્રધાતો અને અકેન્દ્રિય પ્રધાતોની વ્યાખ્યા આપી પ્રથમ ચાર કેન્દ્રિય પ્રધાતોને અકેન્દ્રિય પ્રધાતોનાં સ્વરૂપમાં દર્શાવો.
Define moments about point a. explain first four raw moments in terms of central moments.
2. ક્રમગુણિત પ્રધાતોની વ્યાખ્યા આપી પ્રથમ ચાર ક્રમગુણિતોને અકેન્દ્રિય પ્રધાતોનાં સ્વરૂપમાં દર્શાવો.
Define factorial moments. Explain first four factorial moments in terms of raw moments.

B. કોઈપણ બે પ્રશ્નોના જવાબ આપો.

Attempt any two.

1. યદ્યચ્છ યલ X નું સંભાવના વિતરણ નીચે મુજબ છે.

X	-1	0	1	2
F(x)	0.25	0.10	0.35	0.30

- હોય તો
- i) $V = x^2 + 1$ નું સંભાવના વિતરણ.
 - ii) V નો મધ્યક
 - iii) V નો મધ્યસ્થ
 - iv) V નો બહુલક મેળવો

The probability function of a random variable X is given in the following table

X	-1	0	1	2
F(x)	0.25	0.10	0.35	0.30

- Then find
- i) distribution function of $V = x^2 + 1$
 - ii) mean of V
 - iii) median of V
 - iv) mode of V

2. યદ્યચ્છ યલ X નું સંભાવના ઘટત્વ વિધેય

$$f(x) = \frac{1}{2} e^{-x} x^2 \quad x \geq 0$$

હોય તો મધ્યક અને બહુલક મેળવો.

If the p.d.f. of random variable x is

$$f(x) = \frac{1}{2} e^{-x} x^2 \quad x \geq 0$$

Then find mean and mode.

3. નીચે આપેલા સંભાવના ઘટત્વ વિતરણ માટે ચતુર્થકો મેળવો.

$$f(x) = \frac{1}{\pi(1+x^2)} \quad -\infty < x < \infty$$

If the p.d.f. of random variable x is as follows the find quartiles from it.

$$f(x) = \frac{1}{\pi(1+x^2)} \quad -\infty < x < \infty$$

Q.4 કોઈપણ બે પ્રશ્નોના જવાબ આપો.

12

Attempt any two.

A. જો બે યદ્યચ્છ યસો X અને Y નું સયુંક્ત સંભાવના ઘટત્વ વિધેય

$$f(x, y) = 12xy(1-y) \quad 0 < x, y < 1$$

હોય તો i) x અને Y નાં સીમાવર્તી વિધેયો.

ii) $\text{var}(y)$

iii) $p(x > 1/2)$ મેળવો.

If X and Y are two random variable having joint density function

$$f(x, y) = 12xy(1-y) \quad 0 < x, y < 1$$

Find i) marginal probability density functions of X and Y

ii) $\text{var}(y)$

iii) $p(x > 1/2)$

B. જો બે યદ્યચ્છ યલો x અને y નું સયુંક્ત સંભાવના ઘટત્વ વિધેય

$$f(x, y) = c(2x + y); 0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 2$$

$= 0$; અન્યત્ર

હોય તો i) અચળાંક C

ii) X અને Y નાં સીમાવર્તી સંભાવના ઘટત્વ વિધેયો શોધો.

iii) બંનેના શરતી સંભાવના ઘટત્વ વિધેયો મેળવો.

If X and Y are two random variable having joint density function

$$f(x, y) = c(2x + y); 0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 2$$

$= 0$; otherwise

Find i) constant c

ii) marginal probability density functions of X and Y

iii) *both Conditional density function*

C. જો બે યદ્યચ્છ યલો x અને y નું સયુક્ત ઘટત્વ વિઘેય

$$f(x, y) = x + y; 0 < x < 1, 0 < y < 1$$

$$= 0; \text{ અન્યત્ર}$$

હોય તો i) X અને Y નાં સીમાવર્તી સંભાવના ઘટત્વ વિઘેયો

ii) $\text{Var}(x)$ અને

iii) $\text{Cov}(X, Y)$ મેળવો

If X and Y are two random variables having joint density function

$$f(x, y) = x + y; 0 < x < 1, 0 < y < 1$$

$$= 0; \text{ otherwise}$$

Find i) marginal probability density functions of X and Y

ii) $\text{Var}(x)$ and

iii) $\text{Cov}(X, Y)$
